हल सहित गणित (बेसिक) - MP Board Class 10 Model Paper 2026-27

हाई स्कूल परीक्षा | विषय कोड: गणित (Basic) | पूर्णांक: 75 अंक | समय: 3 घंटे

BestFunda Detailed Solution

प्रश्न 1. सही विकल्प चुनकर लिखिए (1 × 6 = 6 अंक)

(i) एक परिमेय संख्या और एक अपरिमेय संख्या का योग होता है:

चरण 1: माना एक परिमेय संख्या r (जैसे 2) और एक अपरिमेय संख्या s (जैसे √3) है।
चरण 2: वास्तविक संख्याओं के गुणधर्मानुसार, किसी भी अशून्य परिमेय संख्या और अपरिमेय संख्या का योग ($r + s$) अथवा अंतर सदैव एक अपरिमेय संख्या होती है।
सही उत्तर: (b) अपरिमेय संख्या

(ii) निम्नलिखित में से कौनसा द्विघात बहुपद होगा:

चरण 1: द्विघात बहुपद का मानक रूप $ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) होता है, जिसमें चर की अधिकतम घात 2 होनी चाहिए।
चरण 2: विकल्पों का परीक्षण करने पर: व्यंजक $x^2 + 7x + 10$ में चर x की उच्चतम घात 2 है।
सही उत्तर: (a) $x^2 + 7x + 10$

(iii) बिन्दु P(x, y) की मूल बिन्दु से दूरी है:

चरण 1: मूल बिन्दु O के निर्देशांक (0, 0) होते हैं।
चरण 2: दूरी सूत्र द्वारा: OP = $\sqrt{[(x - 0)^2 + (y - 0)^2]} = \sqrt{(x^2 + y^2)}$
सही उत्तर: (c) $\sqrt{(x^2 + y^2)}$

(iv) A.P.: 4, 10, 16, 22, ... में सार्व अंतर है:

चरण 1: समांतर श्रेढ़ी का सार्व अंतर d = द्वितीय पद (a_2) − प्रथम पद (a_1)
चरण 2: d = 10 − 4 = 6 (जाँच: 16 − 10 = 6, 22 − 16 = 6)
सही उत्तर: (c) 6

(v) द्विघात बहुपद $3x^2 + 6x - 9$ में शून्यकों का योगफल होगा:

चरण 1: मानक रूप $ax^2 + bx + c$ से तुलना करने पर: a = 3, b = 6, c = −9
चरण 2: शून्यकों का योगफल (α + β) = $-b / a$ = −(6) / 3 = −2
सही उत्तर: (b) −2

(vi) रैखिक समीकरण युग्म $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ एवं $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ का एक अद्वितीय हल होगा, यदि:

चरण 1: रैखिक समीकरण युग्म का केवल एक अद्वितीय हल (Unique Solution) तब होता है जब उनकी रेखाएँ एक बिंदु पर प्रतिच्छेद करती हैं।
चरण 2: प्रतिच्छेदी रेखाओं का आवश्यक प्रतिबंध: $a_1/a_2 \neq b_1/b_2$ होता है।
सही उत्तर: (a) $a_1/a_2 \neq b_1/b_2$

प्रश्न 2. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए (1 × 6 = 6 अंक)

(i) दो त्रिभुज जिनके आकार समान हों, परंतु आवश्यक रूप से आमाप समान न हों **समरूप (Similar)** कहलाते हैं।

(ii) प्रेक्षक की आँख से प्रेक्षक द्वारा देखी गई वस्तु के बिंदु को मिलाने वाली रेखा को **दृष्टि रेखा (Line of sight)** कहते हैं।

(iii) ($x^2 - 2$) एक **द्विघात (Quadratic)** बहुपद है। (क्योंकि चर की अधिकतम घात 2 है)

(iv) एक द्विघात समीकरण में चर की अधिकतम घात **2** होती है।

(v) एक वृत्तीय क्षेत्र का वह भाग जो दो त्रिज्याओं और संगत चाप से घिरा हो, उस वृत्त का एक **त्रिज्यखंड (Sector)** कहलाता है।

(vi) उन्नयन कोण बनने की स्थिति में, देखा जा रहा बिन्दु प्रेक्षक की आँख के क्षैतिज स्तर से **ऊपर (Above)** होता है।

BESTFUNDA.COM

प्रश्न 3. निम्नलिखित के लिए सत्य / असत्य लिखिए (1 × 6 = 6 अंक)

(i) सभी सर्वांगसम आकृतियाँ समरूप होती हैं।
उत्तर: सत्य [स्पष्टीकरण: सर्वांगसम आकृतियों के आकार (Shape) और माप (Size) दोनों पूर्णतः समान होते हैं, अतः वे सदैव समरूपता की शर्त पूरी करती हैं।]

(ii) बिन्दु (x, y) की x-अक्ष से दूरी शून्य होगी।
उत्तर: असत्य [स्पष्टीकरण: किसी बिंदु (x, y) की x-अक्ष से लंबवत दूरी उसके y-निर्देशांक (कोटि) के निरपेक्ष मान $|y|$ के बराबर होती है, शून्य नहीं।]

(iii) किसी वृत्त में त्रिज्यखंड और वृत्तखंड समान होते हैं।
उत्तर: असत्य [स्पष्टीकरण: त्रिज्यखंड दो त्रिज्याओं और संगत चाप से घिरा होता है, जबकि वृत्तखंड एक जीवा और संगत चाप के बीच का भाग होता है।]

(iv) वृत्त के किसी बिंदु पर स्पर्श रेखा स्पर्श बिंदु से जाने वाली त्रिज्या के समांतर होती हैं।
उत्तर: असत्य [स्पष्टीकरण: प्रमेय के अनुसार, वृत्त के किसी बिंदु पर स्पर्श रेखा स्पर्श बिंदु से जाने वाली त्रिज्या पर **लंबवत (90°)** होती है, समांतर नहीं।]

(v) किसी वृत्त के किसी व्यास के सिरों पर खींची गई स्पर्श रेखाएँ समांतर होती हैं।
उत्तर: सत्य [स्पष्टीकरण: दोनों स्पर्श रेखाएँ व्यास के सिरों पर 90° का कोण बनाती हैं। तिर्यक रेखा के एकांतर अंतःकोण बराबर होने के कारण दोनों स्पर्श रेखाएँ परस्पर समांतर होती हैं।]

(vi) केंद्रीय प्रवृत्ति के तीनो मापकों में एक आनुभाविक संबंध होता है "3 माध्यक = बहुलक + 2 माध्य"।
उत्तर: सत्य [स्पष्टीकरण: केंद्रीय प्रवृत्ति का सर्वमान्य आनुभाविक सूत्र यही है: 3 Median = Mode + 2 Mean।]

प्रश्न 4. सही जोड़ी मिलाइए (1 × 6 = 6 अंक)

स्तंभ 'A' (प्रश्न)	स्तंभ 'B' (विकल्प)	सही मिलान एवं गणितीय व्याख्या
(i) ऐसी घटना की प्रायिकता जो घटित नहीं हो सकती	(f) 0	**0** (असंभव घटना की प्रायिकता शून्य होती है)
(ii) tan 60° का मान	(e) √3	**√3** (मानक त्रिकोणमितीय सारणी अनुसार)
(iii) sec 60° का मान	(a) 2	**2** (चूँकि cos 60° = 1/2, अतः sec 60° = 1/cos 60° = 2)
(iv) $\sin^2\theta + \cos^2\theta$ =	(b) 1	**1** (मूलभूत पाइथागोरियन त्रिकोणमितीय सर्वसमिका)
(v) बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल	(d) $2\pi rh$	$\mathbf{2\pi rh}$ (r = आधार त्रिज्या, h = ऊँचाई)
(vi) शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल	(c) πrl	$\mathbf{\pi rl}$ (r = आधार त्रिज्या, l = तिर्यक ऊँचाई)

प्रश्न 5. एक वाक्य / शब्द में उत्तर लिखिए (1 × 6 = 6 अंक)

(i) त्रिज्या R व P° कोण वाले वृत्त के त्रिज्यखंड के क्षेत्रफल का सूत्र लिखिए।
उत्तर: त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल = $\mathbf{(P° / 360°) \times \pi R^2}$

(ii) द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ के लिए द्विघातीय सूत्र लिखिए।
उत्तर: द्विघाती सूत्र (श्रीधराचार्य सूत्र): $\mathbf{x = [-b \pm \sqrt{(b^2 - 4ac)}] / (2a)}$

(iii) एक सिक्के को एक बार उछालने पर संभव परिणामों की संख्या लिखिए।
उत्तर: 2 (परिणाम: {चित (H), पट (T)})

(iv) मूल बिन्दु के निर्देशांक लिखिए।
उत्तर: मूल बिन्दु के निर्देशांक **(0, 0)** होते हैं।

(v) वृत्त की छेदक रेखा की परिभाषा लिखिए।
उत्तर: वह सरल रेखा जो किसी वृत्त को दो भिन्न-भिन्न बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करती है, उसे वृत्त की **छेदक रेखा (Secant)** कहते हैं।

(vi) समरूप आकृतियों के युग्म का एक उदाहरण लिखिए।
उत्तर: सभी वृत्त (अथवा सभी समबाहु त्रिभुज या सभी वर्ग)।

BESTFUNDA.COM

प्रश्न 6. वास्तविक संख्याएँ (अंक: 2)

प्रश्न: संख्या 12, 15 और 21 का अभाज्य गुणनखंडन विधि द्वारा LCM ज्ञात कीजिए।

हल: दी गई संख्याओं के अभाज्य गुणनखंड करने पर:

$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3^1$

$15 = 3 \times 5 = 3^1 \times 5^1$

$21 = 3 \times 7 = 3^1 \times 7^1$

LCM = संख्याओं में शामिल प्रत्येक अभाज्य गुणनखंड की सबसे बड़ी घातों का गुणनफल

$\Rightarrow$ LCM (12, 15, 21) $= 2^2 \times 3^1 \times 5^1 \times 7^1$

$\Rightarrow$ LCM $= 4 \times 3 \times 5 \times 7 = 12 \times 35 = 420$

अतः LCM (12, 15, 21) = 420

अथवा / OR

प्रश्न: 140 को अभाज्य गुणनखंडों के गुणनफल के रूप में व्यक्त कीजिए।

हल: संख्या 140 का क्रमिक अभाज्य संख्याओं से विभाजन करने पर:

$140 \div 2 = 70$

$70 \div 2 = 35$

$35 \div 5 = 7$

$7 \div 7 = 1$

अतः 140 के अभाज्य गुणनखंड: $140 = 2 \times 2 \times 5 \times 7$

अतः $140 = 2^2 \times 5 \times 7$ (घातांक रूप में)

प्रश्न 7. समांतर श्रेढ़ी (A.P.) (अंक: 2)

प्रश्न: A.P. : 2, 7, 12, ... के प्रथम 10 पदों का योग ज्ञात कीजिए।

हल: दी गई A.P. में: प्रथम पद $(a) = 2$

सार्व अंतर $(d) = a_2 - a_1 = 7 - 2 = 5$

पदों की संख्या $(n) = 10$

n पदों के योग का सूत्र: $S_n = (n / 2) [2a + (n - 1)d]$

मान प्रतिस्थापित करने पर: $S_{10} = (10 / 2) [2(2) + (10 - 1) \times 5]$

$\Rightarrow S_{10} = 5 [4 + 9 \times 5]$

$\Rightarrow S_{10} = 5 [4 + 45] = 5 \times 49 = 245$

अतः A.P. के प्रथम 10 पदों का योग = 245

अथवा / OR

प्रश्न: A.P.: 7, 13, 19, ..., 205 में पदों की संख्या ज्ञात कीजिए।

हल: यहाँ प्रथम पद $(a) = 7$, सार्व अंतर $(d) = 13 - 7 = 6$

माना इस A.P. में कुल n पद हैं तथा अंतिम पद $(a_n) = 205$

सूत्र: $a_n = a + (n - 1)d$

$\Rightarrow 205 = 7 + (n - 1) \times 6$

$\Rightarrow 205 - 7 = (n - 1) \times 6 \Rightarrow 198 = (n - 1) \times 6$

$\Rightarrow n - 1 = 198 / 6 = 33 \Rightarrow n = 33 + 1 = 34$

अतः इस A.P. में कुल 34 पद हैं।

प्रश्न 8. द्विघात बहुपद (अंक: 2)

प्रश्न: द्विघात बहुपद $x^2 + 7x + 10$ के शून्यक ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 9. वृत्तों से संबंधित क्षेत्रफल (अंक: 2)

प्रश्न: त्रिज्या 21 cm वाले वृत्त का एक चाप केंद्र पर 60° का कोण अंतरित करता है। चाप की लंबाई ज्ञात कीजिए।

हल: दिया है: वृत्त की त्रिज्या (r) = 21 cm, केंद्र पर कोण (θ) = 60°
वृत्त के चाप की लंबाई का सूत्र: $l = (\theta / 360°) \times 2\pi r$
मान रखने पर: $l = (60° / 360°) \times 2 \times (22 / 7) \times 21$
$\Rightarrow l = (1 / 6) \times 2 \times 22 \times 3$
$\Rightarrow l = (1 / 6) \times 132 = 22$ cm
अतः वृत्त के चाप की लंबाई = 22 cm

अथवा / OR

प्रश्न: 10 cm त्रिज्या वाले एक वृत्त की कोई जीवा केंद्र पर समकोण अंतरित करती है। संगत त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: दिया है: त्रिज्या (r) = 10 cm, कोण (θ) = समकोण = 90° (π = 3.14 प्रयोग करने पर)
संगत त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल = $(\theta / 360°) \times \pi r^2$
$= (90° / 360°) \times 3.14 \times (10)^2$
$= (1 / 4) \times 3.14 \times 100 = (1 / 4) \times 314$
$= 78.5$ cm^2 (अथवा $\pi = 22/7$ लेने पर: 550/7 cm^2)
अतः संगत त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल = 78.5 cm^2

प्रश्न 10. दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म (अंक: 2)

प्रश्न: रैखिक समीकरण युग्म x + y = 14 एवं x − y = 4 को हल कीजिए।

हल: दिए गए समीकरण हैं:
$x + y = 14$ ... (1)
$x - y = 4$ ... (2)
विलोपन विधि से: समीकरण (1) और (2) को जोड़ने पर:
$(x + y) + (x - y) = 14 + 4$
$\Rightarrow 2x = 18 \Rightarrow x = 18 / 2 = 9$
x का मान समीकरण (1) में रखने पर: $9 + y = 14 \Rightarrow y = 14 - 9 = 5$
अतः अभीष्ट हल: x = 9 तथा y = 5

अथवा / OR

प्रश्न: अनुपातों a_1/a_2, b_1/b_2 और c_1/c_2 की तुलना कर ज्ञात कीजिए कि रैखिक समीकरण युग्म 3x + 2y = 5 एवं 2x − 3y = 7 संगत है या असंगत।

समीकरण 1: $3x + 2y - 5 = 0 \Rightarrow a_1 = 3, b_1 = 2, c_1 = -5$
समीकरण 2: $2x - 3y - 7 = 0 \Rightarrow a_2 = 2, b_2 = -3, c_2 = -7$
अनुपातों का मान: $a_1/a_2 = 3/2$; $b_1/b_2 = 2/(-3) = -2/3$
तुलना करने पर: $a_1/a_2 \neq b_1/b_2$
निष्कर्ष: रेखाएँ एक अद्वितीय बिंदु पर प्रतिच्छेद करेंगी, जिसका एक हल होगा।
अतः दिया गया समीकरण युग्म संगत (Consistent) है।

प्रश्न 11. समांतर श्रेढ़ी के पद एवं सार्व अंतर (अंक: 2)

प्रश्न: A.P.: 4, 9, 14, 19, ... के अगले दो पद लिखिए।

हल: दी गई A.P. में प्रथम पद $a = 4$, सार्व अंतर $d = 9 - 4 = 5$
श्रेढ़ी के प्रथम 4 पद दिए गए हैं ($a_4 = 19$)।
अगला पद (5वाँ पद) = $a_4 + d = 19 + 5 = 24$

प्रश्न 12. त्रिभुजों की समरूपता एवं प्रमेय (अंक: 2)

प्रश्न: दो त्रिभुजों के समरूप होने के प्रतिबंध लिखिए।

उत्तर: दो त्रिभुज समरूप कहलाते हैं यदि वे निम्नलिखित दो प्रतिबंधों को संतुष्ट करें:
1. उनके सभी संगत कोण परस्पर बराबर हों (अर्थात ∠A = ∠D, ∠B = ∠E, ∠C = ∠F)।
2. उनकी सभी संगत भुजाएँ एक ही अनुपात में (समानुपाती) हों (अर्थात AB/DE = BC/EF = AC/DF)।

निष्कर्ष: संगत कोण बराबर और संगत भुजाएँ समानुपाती होनी चाहिए।

अथवा / OR

प्रश्न: आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय (थेल्स प्रमेय) का कथन लिखिए।

कथन: "यदि किसी त्रिभुज की एक भुजा के समांतर अन्य दो भुजाओं को भिन्न-भिन्न बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करने के लिए एक सीधी रेखा खींची जाए, तो ये अन्य दो भुजाएँ एक ही अनुपात में विभाजित हो जाती हैं।"
गणितीय रूप: यदि △ABC में भुजा BC के समांतर रेखा DE खींची जाए, तो: **AD / DB = AE / EC** होता है।

प्रश्न 13. निर्देशांक ज्यामिति (अंक: 2)

प्रश्न: बिंदुओं (2, −5) और (−2, 9) के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

हल: माना A(2, −5) = (x_1, y_1) तथा B(−2, 9) = (x_2, y_2)

दूरी सूत्र: AB = $\sqrt{[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2]}$

मान प्रतिस्थापित करने पर: AB = $\sqrt{[(-2 - 2)^2 + (9 - (-5))^2]}$

$\Rightarrow$ AB = $\sqrt{[(-4)^2 + (9 + 5)^2]}$

$\Rightarrow$ AB = $\sqrt{[16 + (14)^2]} = \sqrt{[16 + 196]} = \sqrt{212}$

अभाज्य गुणनखंड: $212 = 4 \times 53 \Rightarrow$ AB = $2\sqrt{53}$ मात्रक

अतः अभीष्ट दूरी = $2\sqrt{53}$ मात्रक (लगभग 14.56 मात्रक)

अथवा / OR

प्रश्न: उस बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए, जो बिंदुओं (−1, 7) और (4, −3) को मिलाने वाले रेखाखंड को 2:3 के अनुपात में विभाजित करता है।

यहाँ $(x_1, y_1) = (-1, 7)$, $(x_2, y_2) = (4, -3)$ तथा अनुपात $m_1 : m_2 = 2 : 3$

विभाजन सूत्र से: $x = (m_1x_2 + m_2x_1) / (m_1 + m_2)$

$\Rightarrow x = [2(4) + 3(-1)] / (2 + 3) = [8 - 3] / 5 = 5 / 5 = 1$

$y = (m_1y_2 + m_2y_1) / (m_1 + m_2)$

$\Rightarrow y = [2(-3) + 3(7)] / (2 + 3) = [-6 + 21] / 5 = 15 / 5 = 3$

अतः विभाजित करने वाले अभीष्ट बिंदु के निर्देशांक (1, 3) हैं।

प्रश्न 14. त्रिकोणमिति के अनुप्रयोग एवं मान (अंक: 2)

प्रश्न: यदि sin A = 3/5, तो cos A और tan A का मान ज्ञात कीजिए।

हल: sin A = सम्मुख भुजा (लंब) / कर्ण = 3 / 5

माना लंब = $3k$, कर्ण = $5k$। समकोण त्रिभुज में पाइथागोरस प्रमेय द्वारा:

आधार = $\sqrt{[(\text{कर्ण})^2 - (\text{लंब})^2]} = \sqrt{[(5k)^2 - (3k)^2]} = \sqrt{[25k^2 - 9k^2]} = \sqrt{(16k^2)} = 4k$

अतः cos A = संलग्न भुजा (आधार) / कर्ण = $4k / 5k = 4 / 5$

tan A = सम्मुख भुजा (लंब) / संलग्न भुजा (आधार) = $3k / 4k = 3 / 4$

अतः cos A = 4/5 तथा tan A = 3/4

अथवा / OR

प्रश्न: $(2 \tan 30°) / (1 + \tan^2 30°)$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 15. वृत्त एवं स्पर्श रेखा (अंक: 2)

प्रश्न: वृत्त के केंद्र से 5 cm दूरी पर स्थित एक बिंदु A से स्पर्श रेखा की लंबाई 4 cm है। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

हल: माना वृत्त का केंद्र O तथा स्पर्श बिंदु P है। अतः OP वृत्त की त्रिज्या है।
प्रमेय के अनुसार: वृत्त की त्रिज्या स्पर्श बिंदु पर स्पर्श रेखा पर लंब होती है, अतः $\angle OPA = 90°$।
दिया है: OA = 5 cm (केंद्र से बिंदु की दूरी), AP = 4 cm (स्पर्श रेखा की लंबाई)
समकोण $\triangle OPA$ में पाइथागोरस प्रमेय लगाने पर: $OA^2 = OP^2 + AP^2$
$\Rightarrow 5^2 = OP^2 + 4^2 \Rightarrow 25 = OP^2 + 16$
$\Rightarrow OP^2 = 25 - 16 = 9 \Rightarrow OP = \sqrt{9} = 3$ cm
अतः वृत्त की अभीष्ट त्रिज्या = 3 cm

अथवा / OR

प्रश्न: दो संकेन्द्रीय वृत्तों की त्रिज्याएँ 5 cm और 3 cm हैं। बड़े वृत्त की उस जीवा की लंबाई ज्ञात कीजिए जो छोटे वृत्त को स्पर्श करती है।

हल: माना दोनों संकेन्द्रीय वृत्तों का उभयनिष्ठ केंद्र O है।
माना AB बड़े वृत्त की जीवा है जो छोटे वृत्त को P पर स्पर्श करती है।
अतः $OP \perp AB$ और OP = 3 cm (छोटे वृत्त की त्रिज्या), OA = 5 cm (बड़े वृत्त की त्रिज्या)।
समकोण $\triangle OPA$ में: $OA^2 = OP^2 + AP^2 \Rightarrow 5^2 = 3^2 + AP^2$
$\Rightarrow AP^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow AP = \sqrt{16} = 4$ cm
चूँकि केंद्र से जीवा पर डाला गया लंब जीवा को समद्विभाजित करता है: जीवा AB = 2 × AP = 2 × 4 = 8 cm
अतः बड़े वृत्त की अभीष्ट जीवा की लंबाई = 8 cm

प्रश्न 16. प्रायिकता - घटना एवं पूरक घटना (अंक: 2)

प्रश्न: यदि P(E) = 0.05 है, तो 'E नहीं' की प्रायिकता क्या है?

हल: किसी घटना E और उसकी पूरक घटना 'E नहीं' ($\bar{E}$) के लिए:
P(E) + P(E नहीं) = 1
मान प्रतिस्थापित करने पर: 0.05 + P(E नहीं) = 1
$\Rightarrow$ P(E नहीं) = 1 − 0.05
$\Rightarrow$ P(E नहीं) = 0.95
अतः 'E नहीं' की अभीष्ट प्रायिकता = 0.95

अथवा / OR

प्रश्न: एक चित (Head) प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए, जब एक सिक्के को एक बार उछाला जाता है।

हल: एक सिक्के को एक बार उछालने पर प्रतिदर्श समष्टि S = {चित (H), पट (T)}
कुल संभव परिणामों की संख्या $n(S) = 2$
चित (Head) प्राप्त होने के अनुकूल परिणाम E = {H}
अनुकूल परिणामों की संख्या $n(E) = 1$
प्रायिकता सूत्र: $P(E) = n(E) / n(S) = 1 / 2$
अतः एक चित प्राप्त करने की प्रायिकता = 1/2

प्रश्न 17. प्रायिकता - ताश एवं गेंद संबंधी (अंक: 2)

प्रश्न: 52 पत्तों की अच्छी प्रकार से फेंटी गई एक गड्डी में से एक पत्ता निकाला जाता है। बादशाह प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

ताश की गड्डी में कुल पत्तों की संख्या $n(S) = 52$
गड्डी में कुल बादशाहों की संख्या (हुकुम, चिड़ी, पान, ईंट) = 4
अनुकूल परिणामों की संख्या $n(E) = 4$
प्रायिकता सूत्र: P(बादशाह) = $n(E) / n(S) = 4 / 52$
अंश और हर को 4 से विभाजित करने पर: = 1 / 13
अतः बादशाह प्राप्त करने की प्रायिकता = 1/13

प्रश्न 18. द्विघात समीकरण के मूल एवं विविक्तकर (अंक: 3)

प्रश्न: द्विघात समीकरण $2x^2 - 6x + 3 = 0$ के मूलों की प्रकृति ज्ञात कीजिए।

हल: समीकरण: $2x^2 - 6x + 3 = 0$

मानक समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ से तुलना करने पर:

$a = 2$, $b = -6$, $c = 3$

विविक्तकर (Discriminant) सूत्र: $D = b^2 - 4ac$

मान रखने पर: $D = (-6)^2 - 4 \times (2) \times (3)$

$\Rightarrow D = 36 - 24 = 12$

चूँकि $D > 0$ (धनात्मक है), अतः समीकरण के **दो भिन्न वास्तविक मूल (Two distinct real roots)** होंगे।

निष्कर्ष: दिए गए द्विघात समीकरण के मूल वास्तविक और असमान (भिन्न) हैं।

अथवा / OR

प्रश्न: द्विघात समीकरण $2x^2 + x - 6 = 0$ के मूल ज्ञात कीजिए।

हल: दिया गया समीकरण: $2x^2 + x - 6 = 0$

गुणनखंड विधि: गुणा = $2 \times (-6) = -12$, योग = $+1 \Rightarrow$ संख्याएँ $+4$ तथा -3 हैं।

$\Rightarrow 2x^2 + 4x - 3x - 6 = 0$

$\Rightarrow 2x(x + 2) - 3(x + 2) = 0$

$\Rightarrow (x + 2)(2x - 3) = 0$

स्थिति 1: यदि $x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$

स्थिति 2: यदि $2x - 3 = 0 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = 3/2$

अतः समीकरण के अभीष्ट मूल -2 और $3/2$ हैं।

प्रश्न 19. त्रिकोणमिति के अनुप्रयोग (ऊँचाई और दूरी) (अंक: 3)

प्रश्न: धरती पर एक मीनार ऊर्ध्वाधर खड़ी है। धरती के एक बिन्दु से जो मीनार के पाद-बिन्दु से 15 m दूर है, मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 60° है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हल: माना AB मीनार है जिसकी ऊँचाई h मीटर है।

भूमि पर बिंदु C से पाद बिन्दु B की दूरी BC = 15 m दी गई है तथा उन्नयन कोण $\angle ACB = 60°$।

समकोण $\triangle ABC$ में: tan 60° = सम्मुख भुजा (AB) / संलग्न भुजा (BC)

$\Rightarrow \sqrt{3} = h / 15$

तिर्यक गुणा करने पर: $h = 15\sqrt{3}$ मीटर

(यदि $\sqrt{3} = 1.732$ का प्रयोग करें: $h = 15 \times 1.732 = 25.98$ m)

अतः मीनार की अभीष्ट ऊँचाई $15\sqrt{3}$ मीटर (या 25.98 m) है।

अथवा / OR

प्रश्न: भूमि के एक बिन्दु से जो मीनार के पाद बिन्दु से 30 m की दूरी पर है, मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 30° है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हल: माना AB मीनार है जिसकी ऊँचाई h मीटर है और आधार दूरी BC = 30 m है।

दिया गया उन्नयन कोण $\angle ACB = 30°$ है।

समकोण $\triangle ABC$ में: tan 30° = AB / BC

$\Rightarrow 1 / \sqrt{3} = h / 30$

$\Rightarrow h = 30 / \sqrt{3}$ मीटर

हर का परिमेयकरण करने पर: $h = (30 \times \sqrt{3}) / (\sqrt{3} \times \sqrt{3}) = 30\sqrt{3} / 3 = 10\sqrt{3}$ मीटर

($\sqrt{3} = 1.732$ रखने पर: $10 \times 1.732 = 17.32$ m)

अतः मीनार की अभीष्ट ऊँचाई $10\sqrt{3}$ मीटर (या 17.32 m) है।

प्रश्न 20. वास्तविक संख्याएँ एवं अपरिमेयता (अंक: 3)

प्रश्न: सिद्ध कीजिए कि 3 + 2√5 एक अपरिमेय संख्या है।

उपपत्ति: हम इसके विपरीत यह मान लेते हैं कि 3 + 2√5 एक परिमेय संख्या है।
अतः हम दो सह-अभाज्य पूर्णांक a और b ($b \neq 0$) प्राप्त कर सकते हैं कि:
$3 + 2\sqrt{5} = a / b$
$\Rightarrow 2\sqrt{5} = (a / b) - 3 \Rightarrow 2\sqrt{5} = (a - 3b) / b$
$\Rightarrow \sqrt{5} = (a - 3b) / (2b)$
चूँकि a, b और 3 पूर्णांक हैं, इसलिए दायाँ पक्ष $(a - 3b) / (2b)$ एक परिमेय संख्या है। इससे निष्कर्ष निकलता है कि √5 भी एक परिमेय संख्या है।
परंतु यह इस सर्वमान्य तथ्य का विरोधाभास करता है कि √5 एक अपरिमेय संख्या है। यह विरोधाभास हमारी गलत कल्पना से प्राप्त हुआ है।
अतः 3 + 2√5 एक अपरिमेय संख्या है। (इति सिद्धम्)

अथवा / OR

प्रश्न: HCF (306, 657) = 9 दिया है। LCM (306, 657) ज्ञात कीजिए।

दिया है: पहली संख्या = 306, दूसरी संख्या = 657, HCF = 9
सूत्र: HCF × LCM = पहली संख्या × दूसरी संख्या
$\Rightarrow 9 \times LCM = 306 \times 657$
$\Rightarrow LCM = (306 \times 657) / 9$
306 को 9 से भाग देने पर ($306 \div 9 = 34$): $\Rightarrow LCM = 34 \times 657 = 22338$
अतः LCM (306, 657) = 22338

प्रश्न 21. दो चर वाले रैखिक समीकरण अनुप्रयोग (अंक: 4)

प्रश्न: पाँच वर्ष पूर्व नूरी की आयु सोनू की आयु की तीन गुनी थी। दस वर्ष पश्चात, नूरी की आयु सोनू की आयु की दो गुनी हो जाएगी। नूरी और सोनू की आयु कितनी है?

माना नूरी की वर्तमान आयु = x वर्ष तथा सोनू की वर्तमान आयु = y वर्ष।
5 वर्ष पूर्व: नूरी = $(x - 5)$, सोनू = $(y - 5) \Rightarrow (x - 5) = 3(y - 5) \Rightarrow x - 3y = -10$ ... (1)
10 वर्ष पश्चात: नूरी = $(x + 10)$, सोनू = $(y + 10) \Rightarrow (x + 10) = 2(y + 10) \Rightarrow x - 2y = 10$ ... (2)
समीकरण (1) में से (2) घटाने पर: $(-3y) - (-2y) = -10 - 10 \Rightarrow -y = -20 \Rightarrow y = 20$ वर्ष
y का मान (2) में: $x - 2(20) = 10 \Rightarrow x = 10 + 40 = 50$ वर्ष
अतः नूरी की वर्तमान आयु = 50 वर्ष तथा सोनू की वर्तमान आयु = 20 वर्ष है।

अथवा / OR

प्रश्न: दो संख्याओं का अंतर 26 है और एक संख्या दूसरी संख्या की तीन गुनी है। संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

माना पहली (बड़ी) संख्या = x तथा दूसरी (छोटी) संख्या = y।
प्रथम शर्त से: $x - y = 26$ ... (1)
द्वितीय शर्त से: $x = 3y$ ... (2)
x का मान समीकरण (1) में रखने पर: $3y - y = 26 \Rightarrow 2y = 26 \Rightarrow y = 13$
$y = 13$ समीकरण (2) में रखने पर: $x = 3 \times 13 = 39$
अतः अभीष्ट संख्याएँ 39 और 13 हैं।

प्रश्न 22. पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन (अंक: 4)

प्रश्न: कोई बर्तन एक खोखले अर्धगोले के आकार का है जिसके ऊपर एक खोखला बेलन अध्यारोपित है। अर्धगोले का व्यास 14 cm है और कुल ऊँचाई 13 cm है। आंतरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

अर्धगोले व बेलन की उभयनिष्ठ त्रिज्या (r) = 14 / 2 = 7 cm
अर्धगोले की ऊँचाई (गहराई) = त्रिज्या = 7 cm $\Rightarrow$ बेलनाकार भाग की ऊँचाई (h) = 13 − 7 = 6 cm
बर्तन का आंतरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल = बेलन का वक्र पृष्ठ + अर्धगोले का वक्र पृष्ठ
$= 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi r(h + r) = 2 \times (22 / 7) \times 7 \times (6 + 7) = 44 \times 13 = 572\ cm^2$